

Una Enseñanza Exploratoria para cursos de Cálculo en bachillerato

An Exploratory Approach to Calculus Courses in High School

El Cálculo y su Enseñanza

ISSN: 2007-4107 (electrónico)

Erik Morales Mercado

erik.morales@unison.mx

César Fabián Romero Félix

cesar.romero@unison.mx

Universidad de Sonora

México

José David Záldivar Rojas

david.zaldivar@uadec.edu.mx

Universidad Autónoma de
Coahuila

México

Recibido: 29 de junio de 2025

Aceptado: 12 de diciembre de
2025

Autor de Correspondencia:

Erik Morales Mercado



[Una Enseñanza Exploratoria para cursos de Cálculo en bachillerato](https://doi.org/10.61174/recacym.v21i2.238) © 2025 by Erik Morales Mercado; César Fabián Romero Félix & José David Záldivar Rojas is licensed under [Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Resumen: En México se está implementando un nuevo modelo educativo en Educación Media Superior (EMS), en el cual se fomenta la modelación, la experimentación y la transversalidad de los contenidos con el fin de que los estudiantes puedan tener un desarrollo integral como ciudadanos. Una alternativa para lograr estos objetivos son las actividades que promueven la generación de modelos MEA (Model-Eliciting Activities por sus siglas en inglés) para el estudio de la variación. No obstante, debido a la escasa presencia de referencias sobre estas actividades en EMS en México, en este trabajo se propone una enseñanza exploratoria fundamentada en la metodología de Experimentos de Enseñanza, con el objetivo de corroborar el cumplimiento de los principios de diseño que sustentan las MEA, así como generar diversas hipótesis sobre las interacciones y el uso de representaciones que respaldan su diseño en la etapa de enseñanza experimental.

Palabras clave: MEAs, modelación, experimentación, variación, Enseñanza exploratoria, bachillerato

Abstract: In Mexico, a new educational model is being implemented in High School which encourages modeling, experimentation, and cross-curricular content so that students can develop as integral citizens. One alternative to achieving these objectives is Model-Eliciting Activities (MEAs) for the study of variation. However, due to the limited availability of references to these activities in High school in Mexico, this document proposes exploratory teaching based on the Teaching Experiments methodology. The objective is to corroborate compliance with the design principles of MEAs, as well as to generate various hypotheses about interactions and the use of representations that support their design in the experimental teaching stage.

Keyword: MEAs, modeling, experimentation, variation, exploratory teaching, High school

1. Introducción

En este proyecto de intervención didáctica se promueve el estudio de la variación mediante la integración de actividades generadoras de modelos MEA (Model Eliciting-Activities por sus siglas en inglés) de Lesh y Doerr (2003), por medio de la experimentación en el aula, en el contexto curricular de la implementación del más reciente modelo educativo en México, la *Nueva Escuela Mexicana* (NEM). Para el diseño de estas actividades se adoptó la *Metodología de Experimentos de enseñanza* (Steffe y Thompson, 2000), la cual distingue dos tipos de enseñanza: *exploratoria* y *experimental*. La enseñanza exploratoria permite un primer acercamiento a las ideas matemáticas de los estudiantes y facilita la evaluación de la pertinencia de las actividades. En la enseñanza experimental, por su parte, se implementan diseños consolidados de actividades que se proponen para su implementación en los cursos de Pensamiento Variacional.

El presente reporte se ubica en la fase de enseñanza exploratoria. En esta fase, la metodología sugiere el uso de actividades previamente diseñadas, con el propósito de evitar sesgos asociados al uso de las MEA. A continuación, se presenta el proceso de selección de las actividades y su implementación, con el fin de generar hipótesis que orienten el diseño de la fase de enseñanza experimental.

2. Fundamentación Teórica

México se encuentra en la transición hacia una reforma educativa en la Educación Media Superior, en la cual se promueve la contextualización de los saberes mediante la experimentación, el uso de la modelación y la transversalidad. En este contexto, el presente trabajo incorpora actividades que promueven la generación de modelos, las cuales se fundamentan en el cumplimiento de principios de diseños establecidos en el marco teórico propuesto por Lesh y Doerr (2003). Donde las actividades que se plantean parten de un principio de realidad, en la que al diseñar debemos preguntarnos ¿la situación o problemática a solucionar presentada a los estudiantes puede suceder en la “vida real”? Cuando los estudiantes abordan situaciones significativas se crean estructuras cognitivas en la resolución de problemas, tal como se menciona:

los individuos crean comprensiones y modelos matemáticos a medida que matematizan problemas cuya resolución les resulta significativa. El significado impulsa la cognición.

Muchos conceptos, habilidades y procesos matemáticos que los estudiantes desarrollan

durante la resolución de problemas del mundo real son significativamente menos utilizables cuando se enseñan de una manera desconectada de contextos intrínsecamente motivadores o significativos (Hamilton et al., 2008, p. 9).

En la perspectiva de modelos y modelación de Richard Lesh y Hellen Doerr se enfatiza la creación de modelos, en donde “el proceso es el producto, es decir los fines van más allá de dar una sola respuesta a un ejercicio o problema en específico” (Lesh y Doerr, 2003, p. 1). Donde la definición de modelo según este enfoque es:

Los modelos son sistemas conceptuales (que consisten en elementos, relaciones, operaciones y reglas que rigen las interacciones) que se expresan mediante sistemas de notación externa y que se utilizan para construir, describir o explicar el comportamiento de otro(s) sistema(s), tal vez para que el otro sistema puede manipularse o predecirse inteligentemente. Un modelo matemático se centra en las características estructurales (en lugar de, por ejemplo, las características físicas o musicales) de los sistemas relevantes. (Lesh y Doerr, 2003, p. 10).

Para el desarrollo de este proyecto, se optó por el uso de manipulables físicos como un medio para la construcción de modelos, con el fin de los que los estudiantes puedan desarrollar prácticas matemáticas a través de la manipulación de variables relevantes, lo que favorece la obtención de soluciones significativas. Esta elección busca potenciar el uso, entre los estudiantes, de la experimentación práctica y tangible como recurso que fortalece el aprendizaje conceptual, promoviendo así un aprendizaje significativo.

3. Metodología

Los elementos metodológicos de este proyecto se fundamentan en los Experimentos de Enseñanza de Steffe y Thompson (2000). La característica principal de este enfoque es su énfasis en las matemáticas de los estudiantes, lo que implica que el docente debe tomar distancia de su propio conocimiento matemático y centrarse en las formas de operar y en las interacciones de los estudiantes. Esta metodología contempla dos momentos fundamentales. El primero corresponde a una enseñanza exploratoria, en la cual el docente-investigador puede formular hipótesis iniciales sobre las posibles interacciones y el desarrollo conceptual de los estudiantes en diferentes episodios de enseñanza. El segundo momento es la enseñanza experimental, en la que se ponen a prueba dichas hipótesis, y a su vez pueden generarse nuevas a partir de lo

observado en cada episodio de enseñanza. Para este trabajo se desarrolla únicamente la fase de enseñanza exploratoria. En la Figura 1 se presentan las etapas metodológicas del proyecto de intervención.

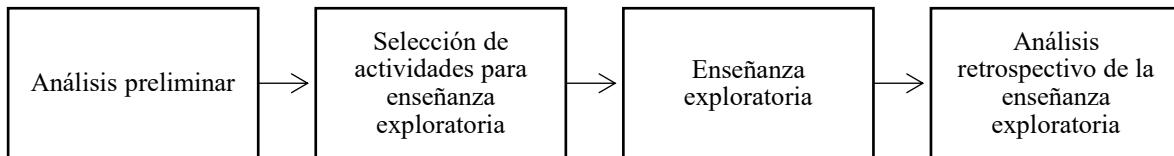


Figura 1. Etapas generales del proyecto de intervención

3.1. Análisis preliminar

Para realizar la propuesta de intervención se realizó una revisión literaria de algunas actividades MEA. Se encontró que, en la mayoría de los casos, el docente provee los datos (de una situación real) para que los estudiantes puedan generar modelos y buscar la solución de ciertos problemas al trabajar a manera de profesionistas en el tema. Este tipo de actividades predominaron en el nivel de licenciatura.

Dado el contexto de la implementación de la NEM en bachillerato, donde se propone la transversalidad de contenidos entre disciplinas como propósito formativo (Secretaría de Educación Pública, 2023), se decidió trabajar en contextos de la Física para el desarrollo del Pensamiento Variacional y del Cálculo. De tal manera, en el proyecto se promueve la experimentación y la generación de modelos matemáticos para la solución de problemas, específicamente trabajando con conceptos relacionados con la cinemática para que los resultados observados se vinculen directamente con los teóricos.

Dentro de la variedad de contextos y problemas que existen en las MEA se precisó trabajar con aquellos que involucraran manipulables físicos, dadas las condiciones mencionadas de experimentación en conceptos de la cinemática. De esta forma, se espera que los estudiantes puedan modificar sus resultados al variar o manipular los objetos físicos con los que trabajan, encontrando varias rutas para generar modelos que lleven a una mejor solución de los problemas planteados.

3.2. Selección de actividades para la enseñanza exploratoria:

El trabajo en curso se encuentra en la etapa de Enseñanza exploratoria, la cual es una etapa crucial para el diseño de las actividades finales del proyecto. Es el primer acercamiento del docente-investigador a las ideas matemáticas de los estudiantes. Las actividades propuestas de la enseñanza exploratoria se implementaron después de trabajar con dos grupos de la asignatura *Pensamiento matemático 2* durante tres meses. Esto con la intención de realizar un acercamiento en las formas de trabajar, operar e interactuar con los estudiantes dentro del salón de clases, asegurando que las actividades se encuentren dentro de la zona de desarrollo potencial de estos, de tal manera que el docente no intente imponer su conocimiento matemático ni asuma erróneamente los conocimientos de los alumnos, de manera que se minimicen dificultades de aprendizaje y que los alumnos puedan generar sus propios modelos.

Aplicando la metodología de experimentos de enseñanza, en el caso de actividades MEA, se plantea el objetivo de la enseñanza exploratoria como: valorar el cumplimiento de los principios de diseño de los MEA y describir las formas de operar de los estudiantes, las interacciones y las representaciones que utilizan al momento de resolver la actividad.

En el desarrollo de la enseñanza exploratoria se decidió implementar la actividad denominada “El problema del Hotel histórico”, en el cual se plantea un procedimiento para conocer cuánto se debe cobrar por habitación con el fin de maximizar las ganancias tomando en cuenta los precios y los costos de mantenimiento (Aguilar, 2021). Se eligió esta actividad porque previamente fue aplicada con éxito en un contexto similar, con estudiantes de bachillerato en México. En este sentido, la enseñanza exploratoria permitirá validar su implementación en el nivel medio superior en Sonora, asegurando su pertinencia en la promoción del pensamiento variacional. A continuación, se presenta esta actividad.

El Sr. Frank Graham acaba de heredar un hotel histórico. Le gustaría quedarse con el hotel, pero tiene poca experiencia en gestión hotelera. El hotel tiene 80 habitaciones, y el dueño anterior le dijo al Sr. Graham que todas las habitaciones están ocupadas cuando la tarifa diaria es de \$60 por habitación. También le dijeron que por cada dólar de aumento en la tarifa diaria de \$60, se renta una habitación menos. Cada habitación ocupada tiene un costo de \$4 por servicio y mantenimiento por día.

Al Sr. Graham le gustaría saber cuánto debería cobrar por habitación para maximizar su ganancia y cuál sería su ganancia a esa tasa. Además, le gustaría tener un procedimiento para encontrar la tarifa diaria que maximizaría sus ganancias en el futuro, incluso si

cambian los precios del hotel y los costos de mantenimiento. Escríbale una carta al Sr. Graham diciéndole qué precio cobrar por las habitaciones para maximizar sus ganancias e incluya su procedimiento para que lo use en el futuro (Aguilar, 2021, p. 57).

Dada la naturaleza del proyecto de intervención, se reconoce la importancia de integrar también una actividad que cuente con una componente experimental. Con este propósito, se optó por incorporar la actividad del "Geminación de la semilla de frijol" según lo propuesto en Palafox Duarte (2024). Esta actividad fomenta el desarrollo conceptual a través de la experimentación práctica. En la actividad se les solicita a los estudiantes que realicen la siembra de semillas de frijol para realizar un análisis de la variación de la altura, utilizando una tabla para documentar el crecimiento diario de la planta de frijol, para describir el comportamiento de la variación de la altura utilizando diferentes representaciones. A continuación, se presenta la actividad completa.

Actividad Germinación de la Semilla de Frijol

Sembrar de 3 a 5 frijolitos en un recipiente de vidrio o plástico transparente con el objetivo de medir su crecimiento como se muestra en Figura 2. Es importante que cada uno de los integrantes del equipo realice la misma actividad con el fin de obtener al menos un recipiente que pueda dar la germinación.



Figura 2. Germinación de la planta de frijol

Materiales por utilizar:

- 1 recipiente pequeño de vidrio o plástico (desechable) limpio y preferiblemente transparente.
- Algodón en cantidad suficiente para abarcar la mitad del vaso o envase de vidrio. El algodón debe estar limpio y en buen estado.
- 5 frijoles crudos (en buen estado).
- Se necesitará agua para humedecer el algodón. Inicialmente unos 50 mililitros serán suficientes.

Procedimiento:

- ❖ En primer lugar, se debe poner el algodón dentro del envase de vidrio teniendo mucho cuidado de no aplastar excesivamente el algodón.
- ❖ Luego se deben colocar cuidadosamente los cinco frijoles dentro del algodón teniendo la prevención de colocarlos de manera esparcida de forma tal que no queden muy juntos entre ellos.
- ❖ Ahora se procede a humedecer lentamente el algodón esparciendo el agua sobre él.
- ❖ Luego de estos pasos, se debe colocar el frasco como el algodón, los frijoles y el agua cerca de una ventana donde hay acceso a la luz solar de acuerdo con las horas del día. Es bueno evitar que no haya un contacto directo del sol al mediodía o cuando estén presentes altas temperaturas.
- ❖ El trabajo siguiente es mantener el algodón húmedo día tras día mientras dura el experimento del frijol.
- ❖ Una vez que brote el tallo, tomar fotografías diarias durante 15 días.

Primer momento, individualmente contesta las siguientes preguntas:

Contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Qué magnitudes consideras que se encuentran presentes en el experimento?
2. ¿Cuáles de estas magnitudes son constantes o variables?
3. Si una de las magnitudes variables cambia, ¿observas el cambio en alguna otra?
4. ¿Cuáles de estas magnitudes siguen el comportamiento de que a medida que cambia una, cambia la otra?

El día que brota la semilla se considera el día 0, de ahí en adelante cada día debe de medirse su crecimiento, con ayuda de una regla, y registrarlo en una tabla como la siguiente durante al menos 2 semanas (15 días).

Día	Altura (mm)
0	
1	
2	
:	
15	

Segundo momento, en equipo de 3 personas realiza la siguiente parte de la actividad:

Después de realizar la tabla, procede a graficarla en una hoja cuadriculada y contesta las siguientes preguntas.

1. ¿En cuántos días salió la primera hoja o brote?
2. ¿En cuántos días creció aproximadamente un centímetro?
3. ¿En 5 días cuál fue la medida de su crecimiento?
4. Describe el comportamiento de la gráfica
5. ¿En qué intervalos crece?
6. ¿En qué intervalos de tiempo decrece?
7. ¿En algún momento la gráfica es una recta horizontal? porque crees que esto sucede?
8. ¿Cómo podemos calcular el crecimiento día a día (no la altura)?

Las actividades se implementaron en un plantel del Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora a 17 equipos de segundo semestre, como parte del curso Pensamiento matemático 2, atendiendo la progresión 12 “Modela situaciones y resuelve problemas significativos para el estudiantado tanto de manera algebraica como geométrica al aplicar propiedades básicas de funciones lineales, cuadráticas y polinomiales” (Secretaría de Educación Pública, 2023).

3.3. Análisis retrospectivo de la enseñanza exploratoria

Se realizó un análisis a las respuestas de los estudiantes de las actividades implementadas durante la enseñanza exploratoria. Se examinaron las representaciones utilizadas para construir sus modelos, así como los procesos que siguieron en resolución del problema planteado. Además, se analizaron las interacciones de los estudiantes con el propósito de generar hipótesis que orienten en el diseño de actividades para la enseñanza experimental. A continuación, se presenta un análisis conciso de los resultados obtenidos en cada una de las actividades desarrolladas durante la enseñanza exploratoria.

Los resultados obtenidos durante esta fase servirán de base para el diseño de las MEA que se implementarán en la enseñanza experimental. Debe hacer notar que uno de los objetivos de la enseñanza exploratoria es validar el cumplimiento de los principios de diseño. Tomando en cuenta todos estos elementos, se hace un análisis de las representaciones utilizadas, la valoración de los principios de diseño y las interacciones durante la enseñanza exploratoria.

Representaciones utilizadas: A partir del análisis realizado, se concluye que los estudiantes presentan limitaciones en el uso de diferentes representaciones matemáticas. Esto se evidenció durante el desarrollo de ambas actividades, donde predominó el empleo de tablas, gráficas y operaciones aritméticas. Resulta relevante señalar que el uso de expresiones algebraicas para la resolución de problemas fue muy poco frecuente. Además, se observó que la mayoría de los equipos recurrió únicamente a una representación para construir sus modelos.

Principios de diseño: Como ya se ha mencionado, se pretende valorar el cumplimiento de los principios de diseño en esta enseñanza. A continuación, se evalúan cada uno de ellos:

1) Principio de Realidad: Durante el desarrollo de los dos episodios de enseñanza exploratoria, se pudo comprobar que la experimentación práctica de las MEA con manipulables físicos garantizan el cumplimiento de este principio, ya que los estudiantes tienen una observación directa e incluso manipulan algunas variables para obtener diferentes resultados en el experimento. En la Figura 3 se muestran las evidencias del equipo 2 de la actividad de Germinación de la semilla de frijol.



Figura 3. Evidencias Germinación de la planta de frijol

2) Construcción de modelos: En las dos actividades que se implementaron, se pudo observar que los estudiantes pudieron generar diversos modelos para representar matemáticamente las situaciones planteadas. Sin embargo, están limitados en el uso de representaciones matemáticas, lo que puede dificultar la resolución de problemas más complejos. En la Figura 4 se muestra la construcción de modelos del equipo 6 en la actividad del Hotel histórico.

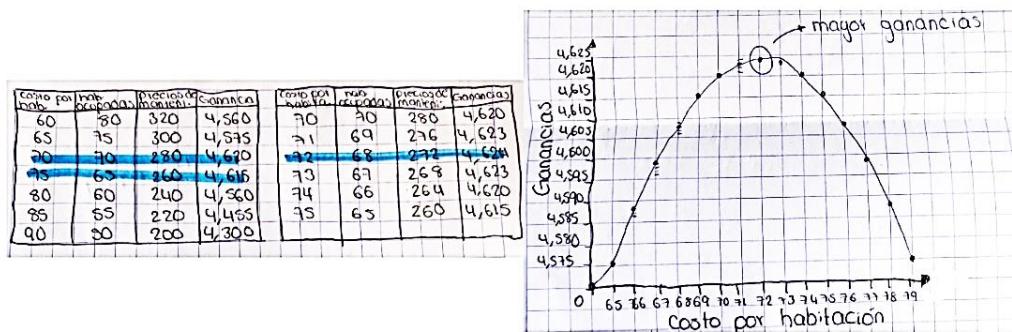


Figura 4. Representaciones matemáticas del MEA del Hotel histórico

- 3) Documentación del modelo: Todos los equipos realizaron la documentación final de los productos esperados. No obstante, es difícil valorar los productos intermedios, ya que, aun cuando se les solicitó, no todos los equipos realizaron la entrega de sus representaciones y/o modelos iniciales. Esta situación mejoró con el empleo de un código de colores para diferenciar los modelos iniciales. En la Figura 5 se muestra la documentación del modelo en la actividad del Hotel histórico del equipo 12.

Figura 5. Carta al dueño (MEA Hotel histórico)

Le presento una manera en la que usted puede maximizar las ganancias de su hotel de la siguiente forma.

La tarifa diaria por habitación sería de 72 dólares, por un total de 68 habitaciones - ya que por cada dólar aumentado disminuye la cantidad de habitaciones. Su ganancia sería un total de \$4624 restando los \$272 de mantenimiento.

- 4) Autoevaluación: Este principio fue más sencillo de identificar en la actividad experimental, ya que los estudiantes realizaron varios cambios en las variables que podían controlar para obtener los resultados esperados. La diferenciación del código de colores (esta estrategia consistió en emplear un color de pluma distinto para cada uno de los ciclos de modelación realizados por los estudiantes) fue de gran ayuda para observar los procesos de autoevaluación basados en el ciclo de expresar-probar-revisar. En la Figura 6 se observa que

el equipo 7 pudo mejorar su modelo al tomar el costo por mantenimiento sólo por las habitaciones rentadas, ya que al principio lo tomaban como costo fijo.

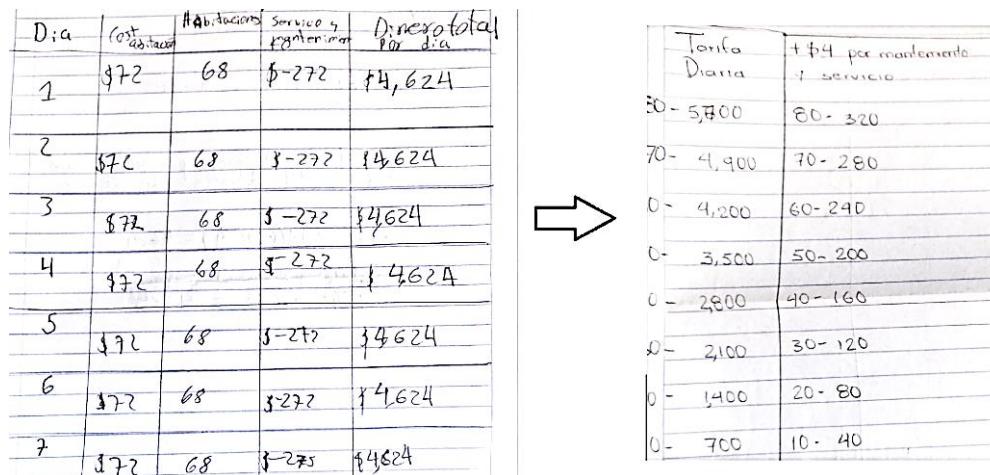


Table 1 (Left):

Day	Costo habitación	Habitaciones rentadas	Servicio, g	Dinero total por día
1	\$72	68	\$-272	\$4,624
2	\$72	68	\$-272	\$4,624
3	\$72	68	\$-272	\$4,624
4	\$72	68	\$-272	\$4,624
5	\$72	68	\$-272	\$4,624
6	\$72	68	\$-272	\$4,624
7	\$72	68	\$-272	\$4,624

Table 2 (Right):

Tarifa Diaria	+ f4 por mantenimiento y servicio
50 - 5,700	80 - 320
70 - 4,900	70 - 280
0 - 4,200	60 - 240
0 - 3,500	50 - 200
0 - 2,800	40 - 160
20 - 2,100	30 - 120
0 - 1,400	20 - 80
0 - 700	10 - 40

Figura 6. Corrección de modelo MEA Hotel histórico

- 5) Generalización del modelo: En las dos actividades presentadas en la enseñanza exploratoria, los estudiantes pudieron generar un modelo, en la primera se les solicita un procedimiento que pueda adaptarse a las necesidades futuras, lo que implica una forma de generalización del modelo. En la Figura 7 se muestra la generalización del modelo para obtener la ganancia del hotel del equipo 14.

→ FORMULA QUE SE PUEDE UTILIZAR
SIN IMPORTAR NUMERO
DE HABITACIONES O PRECIOS

$$\begin{aligned}
 & (\text{x total de habitaciones}) \cdot (\text{precio de cada una}) = (\text{ }) - (\text{gastos}) = \\
 & (\text{total habitaciones})(\text{precio de cada una}) = \rightarrow \text{se resta} = \\
 & (\text{gastos} \cdot \text{total de habitaciones}) =
 \end{aligned}$$

Figura 7. Fórmula para determinar precio de habitación. MEA Hotel histórico

- 6) Prototipo simple: En la actividad experimental de la germinación del frijol se solicitó el registro del crecimiento en una tabla, lo que puede ser utilizado en otras situaciones estructuralmente similares (experimentación directa), que coadyuva en la generación de modelos matemáticos que pueden ser manipulados para la resolución de problemas. En la Figura 8 se presenta la conclusión para generalizar el modelo del equipo 4.

Si una de las magnitudes variables cambia, ¿observas el cambio en alguna otra?

Sí, cambios en una magnitud pueden afectar a otras:

- **Humedad:** Afecta directamente al crecimiento de la planta y su desarrollo.
- **Temperatura:** Puede influir en la tasa de germinación y crecimiento.
- **Luz:** Influye en el crecimiento y desarrollo de la planta.

¿Cuáles de estas magnitudes siguen el comportamiento de que ha medida que cambie una, cambie la otra?

- **Temperatura y luz:** Un aumento o disminución de la temperatura puede afectar la exposición a la luz, y viceversa.
- **Humedad y crecimiento de la planta:** Un cambio en el nivel de humedad puede impactar el crecimiento de la planta.
- **Cantidad de agua y crecimiento de la planta:** Cambios en la cantidad de agua afectarán el crecimiento y desarrollo de la planta.

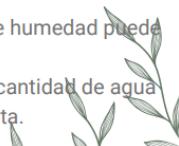


Figura 8. condiciones favorables para crecimiento. Actividad Germinación de planta de frijol

En la tabla 1, se muestra el análisis de los principios de diseño de cada una de las actividades de la enseñanza exploratoria.

Tabla 1. Principios de los MEA de actividades de Enseñanza exploratoria

Principios	Hotel histórico	Germinación de la semilla de frijol
Principio de Realidad	El docente provee de datos para que los estudiantes trabajen a manera de profesionistas.	Es una actividad experimental, donde los estudiantes pudieron observar y registrar el crecimiento de una planta de frijol.
Construcción de modelo	Todos los equipos pudieron realizar un modelo de la actividad planteada. Cabe señalar que no todos pudieron obtener la mejor solución al problema.	Cada equipo realizó su experimento en diferentes condiciones y todos pudieron obtener un modelo que representa la situación planteada.
Documentación del modelo	En la actividad se les solicita que escriban una carta al dueño del hotel, indicando sus resultados.	Para el desarrollo del experimento se les solicitó que realizaran un registro diario del crecimiento de la planta.
Autoevaluación	Los estudiantes realizaron varias operaciones aritméticas, uso de tablas y gráficas para solucionar el problema	Algunos equipos realizaron varios intentos hasta lograr que la planta creciera, cambiando las condiciones.
Generalización del modelo	Se les solicita que le proporcionen al dueño un procedimiento para que lo pueda utilizar en el futuro.	Los estudiantes pudieron determinar las condiciones y variables involucradas en el crecimiento de una planta.
Prototipo simple	La mayoría de los estudiantes estuvieron trabajando a prueba y error.	Esta actividad experimental puede ser de gran ayuda para el registro de observaciones experimentales.

4. Reflexiones finales

El objetivo principal del manuscrito fue presentar un análisis de la enseñanza exploratoria que se llevó a cabo con estudiantes de nivel medio superior. Para ello, se realizó un análisis de las interacciones que se desarrollan durante la implementación de dos MEA previamente reportadas en la literatura y dar cuenta de las matemáticas que ponen en juego los estudiantes. Este análisis considera aspectos como el uso de representaciones, los modelos que construyen y las estrategias de solución que emplean.

Se buscó comprender cómo las interacciones influyen en el aprendizaje y en el desarrollo de habilidades matemáticas de los estudiantes, con el propósito de que estos aspectos se conviertan en elementos para el diseño de la enseñanza experimental. Las dificultades identificadas durante la enseñanza exploratoria se retoman para formular hipótesis que orienten la elaboración de los diseños de las MEAs. Entre ellas destacan: el uso limitado de representaciones matemáticas en la construcción de los modelos, la participación de todos los estudiantes en el desarrollo de la actividad y la necesidad de que cada integrante proponga estrategias de solución, entre otras.

Del análisis de la enseñanza exploratoria se concluye que las actividades implementadas se diseñaron considerando los conocimientos previos de los estudiantes. El docente promovió que los estudiantes realizaran las actividades utilizando sus propios modos de trabajo, sin imponer su conocimiento matemático. Es relevante destacar que los estudiantes no mostraron iniciativa para buscar información adicional proporcionada en la actividad, lo cual podría haber facilitado su resolución.

En relación con el desarrollo del pensamiento variacional, ambas actividades promovieron elementos fundamentales de esta disciplina. Los estudiantes lograron realizar un estudio de la variación presente en las situaciones planteadas, identificando cambios y relaciones entre las variables involucradas. Asimismo, construyeron modelos que describían dichas situaciones, lo que implicó procesos de representación, interpretación y procesos de autoevaluación. Este trabajo favoreció la comprensión de cómo las variaciones se expresan en diferentes contextos y permitió que los estudiantes exploraran estrategias para representar y analizar dichas variaciones mediante tablas, gráficas y, en menor medida, expresiones algebraicas.

Debido al trabajo previo realizado con los estudiantes durante los tres meses anteriores a la implementación de la enseñanza exploratoria, no se presentaron dificultades en la identificación de las variables involucradas en la MEA. No obstante, se observó una interacción limitada entre los integrantes de cada equipo. En la mayoría de los casos, el líder de este decidió el camino a

seguir en la resolución del problema, y en pocas ocasiones los demás integrantes propusieron métodos alternativos.

A partir de los resultados obtenidos durante esta fase de enseñanza exploratoria reportada y una vez validado el cumplimiento de los principios de diseño, se considera viable iniciar el diseño de la enseñanza experimental. En dicho diseño, se parte de los conocimientos matemáticos de los estudiantes, de modo que puedan generar modelos a partir de procesos de experimentación.

Referencias

- Aguilar, J. (2021). Modeling through model-eliciting activities: An analysis of models, elements, and strategies in high school. The cases of students with different levels of achievement. *Mathematics Teaching Research Journal*, 13(1), 52–70.
- Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. En R. A. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3–33). Routledge.
- Palafox Duarte, M. C. (2024). Actividad del frijolito [Material didáctico no publicado]. *Taller sobre el Pensamiento Variacional*. Hermosillo Sonora, México: Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora.
- Secretaría de Educación Pública. (2023). Progresiones de aprendizaje del recurso sociocognitivo de Pensamiento matemático. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2023). Rediseño del marco curricular común de la educación media superior. SEP.
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. En A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267–307). Routledge.