

Diseño e implementación de un taller sobre el Pensamiento Variacional para profesores de Educación Media Superior

Design and implementation of a workshop on Variational Thinking for teachers of Upper Secondary Education

El Cálculo y su Enseñanza

ISSN: 2007-4107 (electrónico)

Martha Cecilia Palafox Duarte

martha.palafox@unison.mx

Agustín Grijalva Monteverde

agustin.grijalva@unison.mx

Universidad de Sonora

México

Recibido: 29 de junio de 2025

Aceptado: 12 de diciembre de 2025

Autor de Correspondencia:

Martha Cecilia Palafox Duarte



[Diseño e implementación de un taller sobre el Pensamiento Variacional para profesores de Educación Media Superior ©](#)

2025 by Martha Cecilia Palafox Duarte;
Agustín Grijalva Monteverde is licensed
under [Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional](#).

Resumen: Los cursos de cálculo no promueven un enfoque dinámico para el estudio de la variación, se trata de pasar de una postura tradicional, donde se privilegia el formalismo y tecnicismo con procesos algorítmicos al estudio de la variación con un enfoque para valorar qué, cómo y cuánto cambian las magnitudes variables relacionadas en contextos de interés. Una de las propuestas para realizar el cambio es el estudio de la variación en bachillerato, promoviendo el desarrollo del Pensamiento Variacional, donde se aborden contextos relacionados con su entorno. En este documento se presenta el diseño e implementación de un Taller para fomentar el desarrollo del Pensamiento Variacional (PV) de los profesores de bachillerato, con el objetivo de que los docentes puedan resolver, plantear y valorar las respuestas de actividades sobre el PV, además de proveer de herramientas para que puedan valorar su práctica docente.

Palabras clave: Pensamiento Variacional, profesores de matemáticas, Educación media superior, capacitación docente.

Abstract: Calculus courses do not promote a dynamic approach to the study of variation; it is about to move from a traditional approach, where formalism and technicality with algorithmic processes are privileged, to the study of variation with an approach to assessing what, how and how much the variable magnitudes related to contexts of interest change. A proposal to make the change is the study of variation in high school, promoting the development of Variational Thinking, where contexts related to their environment are addressed, whether to describe, predict or solve problems. Finally, a qualitative assessment is carried out using the teacher's Didactic-Mathematical Knowledge and Competencies. This document presents the design and implementation of a Workshop to promote the development of Variational Thinking among high school teachers, with the aim of enabling teachers to solve, propose, and evaluate responses to Variational Thinking activities, in addition to providing tools so they can assess their teaching practice.

Keyword: Variational Thinking, mathematics teachers, high school, teacher training.

1. Introducción

Los profesores son actores relevantes que intervienen en el sistema educativo debido a que sus prácticas en el proceso de enseñanza inciden en el aprendizaje de los alumnos. Así, el proyecto de intervención educativa que se está realizando, tiene el propósito de fomentar el desarrollo del pensamiento variacional de los profesores de Educación Media Superior, ya que los cursos tradicionales de Cálculo no necesariamente permiten la construcción de las ideas de variación en su plenitud, y se centran en la enseñanza de técnicas y algoritmos que no facilitan visualizar el potencial del estudio de la variación.

Con el propósito de impulsar el desarrollo del pensamiento matemático en docentes de bachillerato, y en particular fortalecer el pensamiento variacional, encontramos una coyuntura favorable en la implementación de la Nueva Escuela Mexicana (NEM) en los distintos niveles educativos de nuestro país. En este marco, la Educación Media Superior (EMS) ha incorporado un nuevo Marco Curricular Común (MCC) para los diferentes sistemas y subsistemas de bachillerato. En el área de matemáticas, este enfoque se traduce en el trabajo durante los tres primeros semestres a través del Pensamiento Matemático, organizado en unidades de aprendizaje que incluyen: Pensamiento estadístico y probabilístico, Pensamiento aritmético, algebraico y geométrico, y Pensamiento variacional (Secretaría de Educación Pública, 2019).

Con el cambio de enfoque del nuevo modelo educativo, surge la necesidad de fortalecer la capacitación docente, ya que el profesor es un actor clave en el sistema educativo y desempeña un papel fundamental en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Se “requiere de personal docente de matemática altamente calificado, con sólidos conocimientos matemáticos y con herramientas pedagógicas y tecnológicas adecuadas, que permitan el desarrollo integral en sus estudiantes” (Fonseca y Alfaro, 2018, p. 3).

El estudio del Cálculo desde la perspectiva del pensamiento variacional representa un cambio significativo en la forma tradicional de abordar sus conceptos y procedimientos. Este enfoque exige que el docente no solo domine los contenidos, sino que también esté preparado para introducir y desarrollar en sus estudiantes las habilidades propias de este tipo de pensamiento. Para ello, el profesor debe ser capaz de plantear, resolver y diseñar problemas, así como analizar las respuestas que los estudiantes generan en actividades orientadas al pensamiento variacional. En este contexto, el objetivo del taller es promover el desarrollo del pensamiento variacional en

docentes de bachillerato, tomando como fundamento la competencia matemática propuesta en el modelo de Conocimiento y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas CCDM (Pino-Fan et al., 2023).

2. Marco teórico

Este trabajo, enmarcado en el nivel medio superior, incorpora el pensamiento variacional como centro para comprender los fenómenos de cambio y variación. Este enfoque responde a las tendencias actuales en educación matemática, que impulsan el desarrollo del razonamiento más allá de la aplicación mecánica de algoritmos, favoreciendo la construcción de significados y la resolución de problemas en diversos contextos, en concordancia con el Marco Curricular Común (MCC) de la Nueva Escuela Mexicana (NEM).

Para sustentar esta propuesta, se adopta el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) como marco teórico, mediante el diseño e implementación de un taller orientado al desarrollo del pensamiento variacional dirigido a profesores en servicio de bachillerato. En el diseño de las tareas y actividades que se trabajarán durante las sesiones del taller se consideran los siguientes elementos del enfoque:

- Significado institucional de referencia: como base para definir los contenidos y significados matemáticos que se pretende desarrollar.
- Sistemas de prácticas: que permiten analizar las acciones y estrategias implicadas en la resolución de problemas y en la construcción de significados.
- Configuraciones ontosemióticas: utilizadas para describir la estructura y las relaciones entre los objetos matemáticos presentes en las actividades.
- Criterios de idoneidad: que sirven para evaluar la coherencia y pertinencia de las propuestas didácticas en relación con los objetivos del taller.
- Conocimiento y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas: esenciales para garantizar que el docente pueda resolver, diseñar, implementar y reflexionar sobre las actividades que promuevan el pensamiento variacional.

2.1. Significado institucional de referencia

El Marco Curricular Común no ofrece una definición explícita del pensamiento variacional. En este contexto, es necesario asumir una definición previamente estudiada y validada. Por ello, se utiliza el significado institucional de referencia propuesto por Vasco (2002, p. 63) “El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covarién en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad”, utilizando las fases para esquematizarlos:

- Momento de captación de patrones de variación: lo que cambia y lo que permanece constante
- Momento de creación de un modelo mental
- Momento de echar a andar el modelo
- Momento de comparar los resultados con el proceso modelado
- Momento de revisión del modelo (Vasco, 2002, p. 64)

2.2. Sistemas de prácticas

Es fundamental definir las prácticas matemáticas que se promoverán durante el taller, así como los objetos matemáticos que se utilizarán para propiciar la emergencia de nuevos objetos relacionados con el estudio de la variación y el cambio. Para esta definición, se toma como referencia el significado institucional de referencia, el cual orienta la selección y organización de los contenidos y prácticas que se desarrollarán en las actividades del taller. El estudio de la variación debe centrarse en tres aspectos esenciales: qué cambia, cómo cambia y cuánto cambia en relación con otras variables.

Se considera *práctica matemática* a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas (Godino y Batanero, 1994, p. 334). Puede ser personal o institucional, entendiéndose que una institución está constituida por las personas involucradas en la resolución de una misma clase de situaciones problemas.

Los objetos matemáticos intervenientes son los que se emplean al realizar las prácticas matemáticas; mientras que los objetos emergentes de los sistemas de prácticas son los que surgen al resolver y comunicar los resultados de alguna situación problema. En ambas situaciones, intervenientes o emergente, se pueden considerar a los objetos matemáticos primarios (Figura 1) como las definiciones, proposiciones, ejercicios, procedimientos, entre otros.

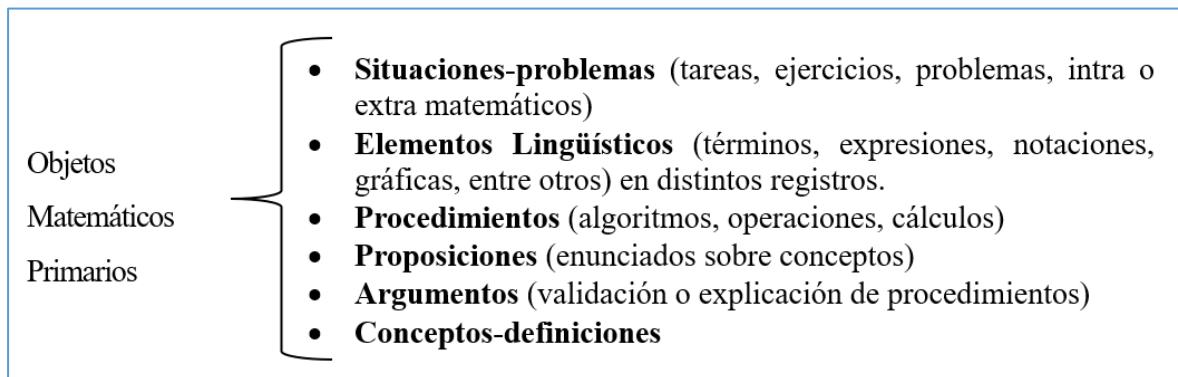


Figura 1. Objetos matemáticos primarios

2.3. Configuraciones ontosemióticas

Al relacionarse entre sí estos objetos primarios forman configuraciones, que pueden ser socio-epistémicas al tratarse de redes de objetos institucionales o cognitivas cuando son redes de objetos personales. Los profesores deben recurrir a las configuraciones ontosemióticas cada vez que deseen resolver, plantear o diseñar problemas, así como analizar las respuestas de los estudiantes en una actividad. Estas configuraciones son esenciales porque muestran cómo los objetos primarios se relacionan entre sí, permitiendo comprender la estructura conceptual que subyace a las prácticas matemáticas y favoreciendo la construcción de nuevos significados. A continuación, en la Figura 2 se muestra el formato de la configuración ontosemiótica propuesta en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS):

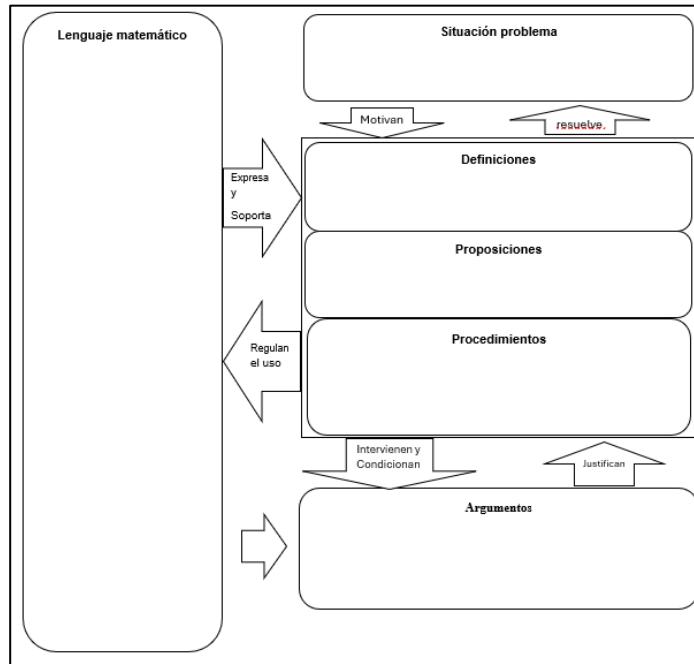


Figura 2. Formato de configuración ontosemiótica (Godino et al, 2008)

2.4. Criterios de idoneidad

La noción de idoneidad didáctica, junto con sus dimensiones, criterios y desglose operativo, fue introducida en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) por Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) como una herramienta que permite pasar de una didáctica descriptiva-explicativa a una didáctica normativa, orientada a la intervención efectiva en el aula. Para facilitar a los docentes la identificación de los elementos correspondientes a cada dimensión de idoneidad, en este trabajo se emplea un formato propuesto por Palafox y Grijalva (2025, p. 94), que incluye los criterios de idoneidad en un lenguaje accesible y se presenta en la Tabla 1.

Tabla 1. Elementos de diseño

Criterios	Elementos de diseño
Epistémica	Tema matemático por abordar, definir los objetos matemáticos que intervienen y los que emergen de la práctica matemática.
Cognitiva	Que las actividades se encuentren dentro de la zona de desarrollo próximo de los estudiantes. Con base en conocimientos previos.
Interaccional	<ul style="list-style-type: none"> Definir interacciones entre los participantes. Dificultades que se puedan presentar y cómo resolverlas
Mediacional	Recursos disponibles:

-
- Tiempo
 - Materiales
 - Recursos tecnológicos
-

Afectiva	Situaciones del pensamiento variacional: <ul style="list-style-type: none">• Extramatemáticos<ul style="list-style-type: none">○ En contexto de su entorno local, nacional, global.○ Problemas de su comunidad o entorno.• Intramatemáticos
Ecológica	<ul style="list-style-type: none">• Que se encuentren con características y elementos enmarcados en el marco Curricular Común de la EMS.• Transversalidad con otras asignaturas

2.5. Modelo de Conocimiento y Competencias Didáctico-Matemáticas

En este modelo se presentan dos competencias para la actividad profesional del docente de matemáticas: Competencia Matemática y Competencia de Análisis e Intervención Didáctica. Para lograr dichas competencias se proponen algunos elementos a considerar como la resolución de tareas, planteamiento o proposición de problemas y el análisis de las respuestas a un problema planteado; Análisis de la actividad matemática, Análisis y gestión de las interacciones, Uso y manejo de recursos, y Análisis y valoración de la idoneidad didáctica. En la Figura 3 se muestra el esquema general del Modelo CCDM.

Este modelo constituye una guía para el diseño de las actividades del taller, orientadas a que los docentes desarrollos dos competencias fundamentales: la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica. El objetivo es mejorar el nivel de logro de las subcompetencias establecidas en el CCDM, fortaleciendo la promoción del pensamiento variacional en profesores de educación media superior.

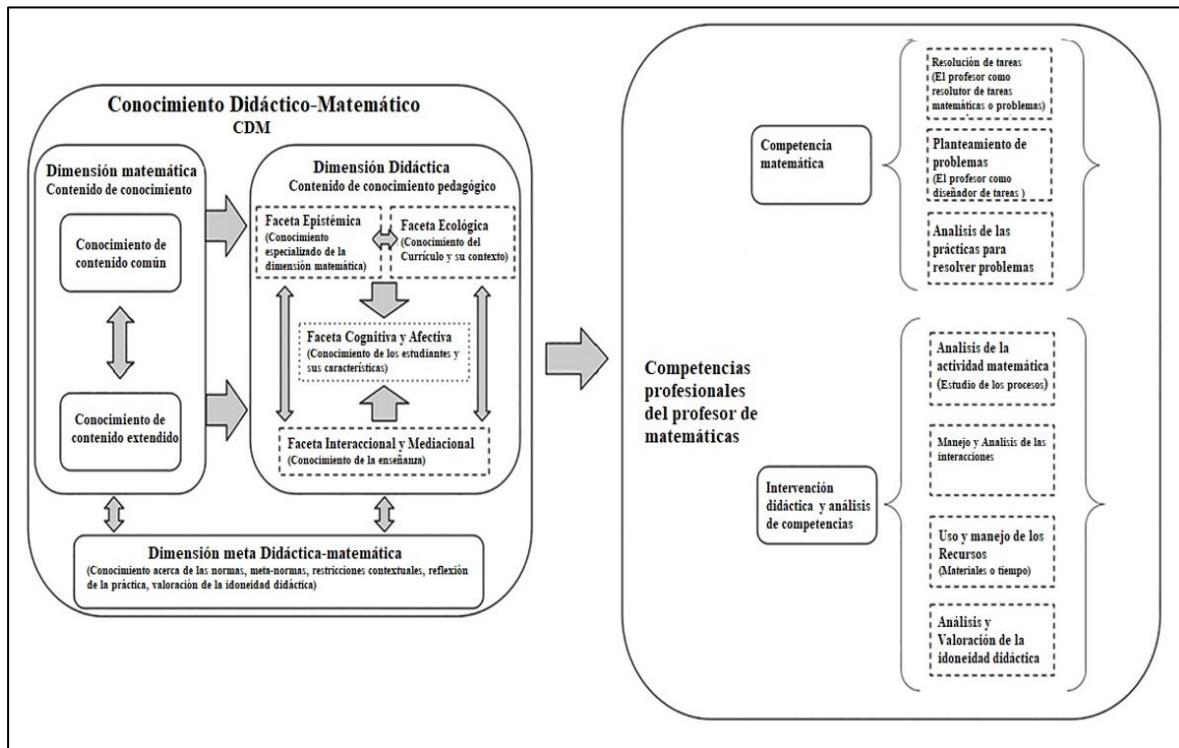


Figura 3. Conocimiento y Competencias Didáctico-Matemáticas (Pino-Fan et al., 2022, p. 1413)

Este modelo establece niveles de logro para cada una de las subcompetencias, lo que permite evaluar el progreso alcanzado por los docentes después de participar en el taller. Gracias a esta estructura, es posible identificar el desarrollo obtenido en cada competencia matemática y analizar cómo se ha transformado su desempeño en relación con los objetivos planteados. Para el presente trabajo, el análisis se centra exclusivamente en la competencia matemática, considerando sus subcompetencias específicas. A continuación, en las tablas 2, 3 y 4 se presentan los niveles definidos para cada una de ellas, los cuales sirven como referencia para valorar el avance y las áreas que requieren fortalecimiento.

Tabla 2. Subcompetencia de resolución de problemas

Nivel de logro	Criterios
L0	El profesor reproduce tanto el planteamiento de problemas como sus procedimientos, sin considerar las características de estos (objetos matemáticos vinculados al problema, procesos y conocimientos que se potencian, las representaciones del objeto matemático, la variedad -en caso de existir- de procedimientos que dan solución al problema, entre otros). En general, hace uso de libros de texto o programas del grado en el que imparte clases, para establecer los problemas y tareas matemáticas, y sus soluciones, que serán discutidas durante el proceso de instrucción.

L1	El profesor resuelve problemas propios del nivel educativo en el que imparte clases (por ejemplo, educación básica), identifica los cambios en las variables de los problemas, pero generalmente estos están ligados a “tipos de problemas”, lo que conlleva a implementar un tipo de procedimiento, o bien generar justificaciones o argumentos similares al resolver las tareas o problemas matemáticos.
L2	El profesor resuelve problemas correspondientes al nivel educativo y a los cursos que orienta, mediante el uso de diversas representaciones del objeto matemático y, en ocasiones, utiliza diferentes procedimientos y elabora distintos argumentos. Es capaz de resolver problemas en los cuales se debe utilizar varios significados de la noción estudiada, pero no distingue las relaciones que se pueden establecer entre los diversos significados de la noción trabajada. Asimismo, puede vincular el objeto matemático bajo estudio con otros objetos matemáticos del grado educativo en el que enseña (o anteriores), pero no logra vincularlos con objetos matemáticos del grado posterior o que lo requieren como conocimiento previo.
L3	El profesor resuelve problemas del grado educativo donde labora, así como del grado educativo siguiente (asociados a la noción matemática estudiada en el momento). Resuelve las tareas matemáticas usando diversos procedimientos y representaciones del objeto matemático. Asimismo, propone diversas justificaciones o argumentaciones al resolver las tareas matemáticas y es capaz de movilizar más de un significado de la noción estudiada, relacionando y articulando los significados entre sí (Biehler, 2005; Godino, Font, Wihelmi & Lurduy, 2011).

Tabla 3. Subcompetencia de planteamiento de problemas

Nivel de logro	Criterios
L0	El profesor reproduce tanto el planteamiento de problemas como sus soluciones, sin considerar las características de estos, para lo cual hace uso de libros de texto o programas de la materia del grado en el que imparte clases, internet, etc., esto con el fin de establecer los problemas y tareas matemáticas que serán propuestos en el proceso de estudio.
L1	Propone problemas propios del grado educativo en el que se encuentra. Para ello considera aspectos relativos al currículo (procedimientos, argumentos o justificaciones, representaciones) y los conocimientos previos de sus estudiantes. Rediseña las tareas con respecto al objeto matemático estudiado en el momento, pero no prevé concepciones erróneas, errores, dificultades o distintas posibilidades de respuesta. Respecto de los problemas propuestos, estos en su mayoría son modificaciones (o adaptaciones) de problemas tomados de otras fuentes.
L2	El profesor propone problemas correspondientes al grado educativo, considerando aspectos relativos al currículo (procedimientos, argumentos o justificaciones, representaciones) y los conocimientos previos de sus estudiantes. Además, contempla para su propuesta, diversas respuestas plausibles, concepciones erróneas, conflictos o errores que pudieran surgir con respecto a la práctica matemática, los contextos más adecuados de acuerdo con las características de los estudiantes, los intereses y

necesidades de los estudiantes. Los problemas pueden ser adaptaciones o modificaciones de problemas tomados de otras fuentes o diseños propios. En cualquier caso, el profesor no considera que distintos tipos de situaciones problemas podrían requerir utilizar diferentes significados sobre la noción bajo estudio.

- L3** Además de lo descrito en el nivel previo, en este nivel el profesor también considera nuevas tareas asociadas con la noción matemática bajo estudio, pero que agregan un reto para los estudiantes. Las tareas pueden y permiten vincular al objeto matemático estudiado con otros objetos matemáticos (propios del grado escolar o bien de grados anteriores o posteriores). Identifica los significados de las nociones matemáticas que propone estudiar, lo cual amplía su visión de tipos de situaciones/problemas en términos de los contextos en los que puede utilizarse tal noción (se consideran las conexiones intra y extra matemáticas de las nociones bajo estudio). En este nivel, no sólo se anticipa a conflictos o errores de los estudiantes, sino que a veces los induce intencionalmente para crear oportunidades de aprendizaje.

Tabla 4. Subcompetencia de análisis de las respuestas a un problema planteado

Nivel de logro	Criterios
L0	El profesor analiza las producciones (prácticas matemáticas) de sus estudiantes a posteriori, identificando algunos elementos matemáticos evidentes en dichas prácticas, por ejemplo, los procedimientos, definiciones sobre algunos conceptos utilizados. Además, valora tales elementos matemáticos en términos de usos correctos o incorrectos. En este nivel puede quedar en evidencia que el profesor no realiza un análisis a priori sobre las prácticas matemáticas que espera se realicen con los problemas que propone, con lo cual no anticipa errores o conflictos que pudieran surgir por parte de los estudiantes.
L1	El profesor realiza lo señalado en L0, pero el análisis a posteriori de las prácticas matemáticas de sus estudiantes los hace tomando como referencia el análisis a priori desarrollado con base en la respuesta que espera obtener. Es decir, se evidencia que el profesor planifica la respuesta que espera obtener con un determinado problema propuesto. En cualquier caso, los análisis los realiza con base en su experiencia, sin considerar uso de alguna metodología de análisis.
L2	En este nivel, el profesor hace uso de sus conocimientos de herramientas teórico-metodológicas para el análisis de las prácticas matemáticas, tanto las esperadas (a priori) como las que realizan sus estudiantes (a posteriori). Por ejemplo, con la herramienta teórico-metodológica configuración ontosemiótica propuesta para operativizar la faceta epistémica del DMK model (Pino-Fan, Godino & Font, 2015; Pino-Fan, Guzmán, Font & Duval, 2017), los profesores pueden identificar en las prácticas esperadas y de sus estudiantes, las representaciones y su pertinencia, conceptos/definiciones, propiedades/proposiciones, procedimientos y argumentos, identificando además qué elementos fueron 'generadores' de errores o conflictos por parte de los estudiantes.
L3	En este nivel los profesores se han apropiado de alguna herramienta teóricometodológica, por ejemplo, la configuración ontosemiótica, y la utilizan

habitualmente como herramienta para analizar prácticas matemáticas. Además de los análisis que ya hacía como parte del nivel anterior, el profesor considera diversas prácticas esperadas, en las cuales se ponen en juego distintos significados (en términos del contexto de uso) de los elementos de la configuración. Asimismo, el profesor puede identificar y analizar algunos de los elementos de la configuración en las prácticas de sus estudiantes en el momento en que estas se están llevando a cabo (análisis in situ), lo cual le permite tomar decisiones y medidas para superar algún error o conflicto.

3. Metodología

Para llevar a cabo el proyecto de intervención se han definido cuatro etapas, Tal como se muestra en la Figura 4.

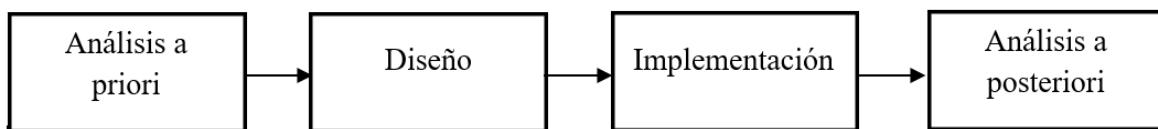


Figura 4. Metodología del proyecto de intervención

3.1. Análisis a priori

Primero, se realiza análisis a priori para definir las necesidades de los profesores de bachillerato, incluyendo aspectos curriculares, de diseño, teórico-metodológicos, entre otros. Despues, se determina el nivel inicial de los docentes en las competencias matemática y de intervención didáctica propuestas en modelo de Conocimiento y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) de Pino-Fan, Castro y Font (2022).

3.2. Diseño

El diseño del taller se realiza tomando como guía el modelo CCDM, que promueve el desarrollo de dos competencias fundamentales: Competencia matemática y Competencia de análisis e intervención didáctica. El diseño se estructura en dos fases complementarias:

Primera fase: desarrollo de la competencia matemática

En esta etapa se busca fortalecer las subcompetencias del CCDM relacionadas con el pensamiento variacional:

- Resolver problemas que impliquen fenómenos de variación y cambio.

- Plantear y diseñar actividades que promuevan el pensamiento variacional en los estudiantes.
- Analizar y evaluar las respuestas de los estudiantes, identificando los objetos matemáticos utilizados y las relaciones que emergen en sus producciones.

Para el diseño y desarrollo de estas actividades, se incorporan elementos teóricos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), que permiten garantizar la coherencia y profundidad del trabajo didáctico. Los elementos considerados son: Sistemas de prácticas, Configuraciones ontosemióticas y Criterios de idoneidad didáctica. Las sesiones del taller y las competencias a desarrollar se presentan en la Tabla 5.

Tabla 5. Diseño de las sesiones del taller

Sesiones del taller	Competencia de CCDM
Sesión 1	<p>Competencia matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas <p>Competencia para el análisis e intervención didáctica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Uso y manejo de recursos materiales y temporales • Análisis y valoración de la idoneidad didáctica
Sesión 2	<p>Competencia matemática</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Resolución de problemas 2. Planteamiento de problemas <p>Competencia para el análisis e intervención didáctica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Análisis de la actividad matemática • Análisis y gestión de las interacciones
Sesión 3	<p>Competencia matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas • Planteamiento de problemas • Análisis de las respuestas a un problema planteado <p>Competencia para el análisis e intervención didáctica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Análisis de la actividad matemática • Análisis y valoración de la idoneidad didáctica
Sesión 4	<p>Competencia matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas • Análisis a las respuestas dadas <p>Competencia para el análisis e intervención didáctica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Análisis y valoración a la idoneidad didáctica

Segunda fase: integración de la competencia de análisis e intervención didáctica

Aunque el énfasis inicial está en la competencia matemática, la competencia de análisis e intervención didáctica se incorpora de manera transversal. Para diseñar, resolver y evaluar las actividades, los docentes deben considerar las siguientes subcompetencias:

- Análisis de la actividad matemática: identificar los objetos y procesos implicados en la tarea.
- Manejo y análisis de las interacciones: promover el diálogo y la construcción individual y colectiva de significados.
- Uso y gestión de recursos (materiales y temporales): seleccionar herramientas y organizar el tiempo de manera eficiente.
- Análisis y valoración de la idoneidad didáctica: aplicar criterios para asegurar coherencia entre objetivos, contenidos y prácticas.

3.3. Implementación

La implementación del taller también se organizó en dos fases, siguiendo la misma estructura utilizada en su diseño. En la primera se diseñó y ejecutó un taller sobre Pensamiento Variacional, donde se realizó el planteamiento, diseño y resolución de actividades con profesores de bachillerato de una institución pública del noroeste de México, poniendo énfasis en valorar la competencia matemática de los profesores del modelo CCDM. En una segunda fase se realizará la observación de las prácticas de los docentes que participaron en el taller de Pensamiento Variacional, esto se realiza con énfasis en determinar el nivel de cumplimiento de la competencia de análisis e intervención didáctica propuesta en el CCDM. Para finalizar, se realizará un análisis a posteriori para definir el nivel que han logrado, utilizando para este fin elementos teóricos del CCDM.

Primera Fase: Se llevó a cabo con el diseño e implementación de un taller sobre el Pensamiento variacional, esto con tres profesores en servicio del Colegio de Bachilleres y la profesora a cargo del proyecto, que son candidatos para impartir el curso de Pensamiento matemático 3. El objetivo del taller es el diseño de materiales para PV y tener elementos para realizar una valoración de las subcompetencias propuestas en el CCDM con énfasis en la competencia

matemática de los profesores para este primer momento. Estas competencias se tomaron en cuenta para el diseño de las actividades del taller.

En la primera sesión se realizó una capacitación con los elementos principales del MCC de la NEM, dando énfasis en el docente como diseñador de material didáctico. Después, se realiza una consulta a los docentes, con el fin de determinar el significado institucional de referencia que se utilizará para el diseño de las actividades, para lo cual se les proporcionan tres lecturas sobre el Pensamiento variacional, las cuales contienen actividades con cada una de las posturas sobre el PV:

- ✓ El pensamiento variacional y modelación matemática de Carlos Vasco (2003)
- ✓ Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio de Carlson y colaboradores (2002)
- ✓ Pensamiento variacional y funcional sección del libro Reconceptualización didáctica del Cálculo de Jiménez y colaboradores (2022)

Posteriormente, se les solicita a los profesores que realicen el diseño de actividades utilizando únicamente su experiencia docente en principio, pues cabe mencionar que los tres docentes han participado en la elaboración de módulos de aprendizaje y diversos materiales didácticos. Después, se les proporciona capacitación sobre elementos teóricos-metodológicos con ayuda de los formatos de elementos del diseño y las configuraciones ontosemióticas presentadas anteriormente en la Sección 2. En las siguientes sesiones, las actividades fueron rediseñada en colegiado y se obtuvieron productos que se implementarán en las aulas en el semestre posterior. A continuación, se presentan cada una de las actividades diseñadas de manera colaborativa por los profesores participantes en el taller sobre Pensamiento Variacional.

Recibo del agua: Es una actividad de inicio del semestre, donde se aborda en la variación constante en un primer momento utilizando un recibo de agua con costo fijo. Después se analiza con los recibos del agua de cada uno de los estudiantes, aquí se puede visualizar como cambian magnitudes con respecto al tiempo.

Valor del dinero: Es una actividad que es transversal con economía, aquí se les pide a los alumnos una reflexión sobre el valor de dinero, tomando en cuenta su decrecimiento en el tiempo (inflación), se pretende hacer conciencia sobre ese recurso analizando su variación anual, tomada de una página con datos oficiales de la inflación en México.

Frecuencia cardiaca: En esta actividad se aborda la frecuencia cardiaca de los estudiantes. Primero se hace un análisis de precedentes genéticos, que tomen la presión cardiaca entre compañeros y que analicen el comportamiento de esta al realizar actividad física de diferente intensidad. Con esto se puede observar cómo se comporta la frecuencia en distintos lapsos de tiempo.

Melatonina: El problema de sueño en adolescentes es muy común, en esta actividad se realiza un análisis a la producción de melatonina en el cuerpo humano, los estudiantes pueden notar cómo se comporta en diferentes rangos de edades, que está directamente asociado a las horas de sueño de una persona.

Segunda fase: corresponde a la puesta en escena de las actividades diseñadas para la Unidad de Aprendizaje Curricular (UAC) de Pensamiento Matemático 3 (que corresponde a Pensamiento Variacional), en diferentes planteles del Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora por los profesores participantes en el taller. Durante esta etapa se valorará la competencia para el análisis e intervención didáctica del modelo de Conocimiento y competencias didáctico-matemáticas del profesor de matemáticas (CCDM).

3.4 Análisis a posteriori

El análisis a posteriori presentado en este documento se centra únicamente en la competencia matemática, dado que hasta el momento solo se ha implementado la primera fase del taller orientado al desarrollo del pensamiento variacional. Esta fase incluye actividades diseñadas para fortalecer las subcompetencias del CCDM relacionadas con la resolución de problemas, el planteamiento y diseño de tareas, así como el análisis y evaluación de las respuestas de los estudiantes. La decisión de limitar el análisis a esta competencia responde a la estructura del taller, en la que la segunda fase (enfocada en la competencia de análisis e intervención didáctica) aún no ha sido desarrollada. No obstante, se reconoce que esta competencia es fundamental para la reflexión sobre la práctica docente y la aplicación de criterios de idoneidad didáctica, por lo que se prevé su incorporación en futuras implementaciones.

3.4.1. Resolución de problemas

En una primera instancia, los docentes no consideraron las características propias de los problemas que estaban resolviendo. Al adoptar una visión formal de los elementos del Cálculo, intentaron ajustar las situaciones planteadas a objetos ideales (como ecuaciones) para resolver mecánicamente los problemas, sin atender de manera dinámica al contexto. Debido a este desempeño inicial, se les asigna el nivel L0 como valoración diagnóstica.

Al término del taller, los docentes lograron resolver problemas relacionados con el pensamiento variacional mediante el uso de diferentes representaciones matemáticas, tales como gráficas, tablas y ecuaciones. Además, fueron capaces de proponer diversos procedimientos para abordar las situaciones planteadas, lo que evidencia un avance en la flexibilidad de sus estrategias de resolución. Sin embargo, estos docentes no lograron establecer vínculos entre el objeto matemático de estudio y otros objetos matemáticos, con lo cual se les ubica en el nivel L1.

3.4.2. Planteamiento de problemas

En los diseños preliminares elaborados por los docentes, sin indicaciones iniciales para su desarrollo, se observó que tres de ellos únicamente lograron identificar un contexto extra matemático en el que se pudiera estudiar la variación. Sin embargo, no presentaron una actividad completa que integrara dicho contexto con los elementos matemáticos necesarios, razón por la cual se les asignó el nivel L0 en esta fase. Por otro lado, uno de los docentes se valoró con un nivel inicial de L1, ya que consiguió diseñar una actividad relacionada con el pensamiento variacional, alineada con el significado institucional de referencia propuesto por Vasco. No obstante, su diseño careció de una previsión sobre las posibles dificultades que podrían surgir durante la implementación, así como de la consideración de caminos alternativos de solución para la actividad planteada. Esta limitación evidencia la necesidad de fortalecer la capacidad de anticipación y la flexibilidad en la planificación didáctica.

Tras solicitar el rediseño de las actividades y proporcionar a los docentes algunos elementos teóricos (como el formato de diseño que incluye las idoneidades didácticas y el esquema de configuraciones ontosemióticas) se obtuvieron productos más elaborados y pertinentes al nivel educativo correspondiente. En estos rediseños, los docentes lograron promover aspectos del pensamiento variacional utilizando el significado institucional propuesto, con un enfoque orientado a visualizar qué cambia, cómo cambia y cuánto cambia en las situaciones planteadas. Además, se consideraron las posibles dificultades que podrían surgir durante la implementación, se anticiparon caminos alternativos de solución y se tomaron en cuenta los recursos materiales

y temporales necesarios, así como las interacciones dentro del aula para garantizar la viabilidad de la actividad. Este avance refleja una mejora sustancial en la planificación didáctica, por lo que se les asigna el nivel L2 en esta etapa.

3.4.3. Análisis de las respuestas a un problema planteado

En la valoración inicial de los docentes respecto a esta subcompetencia, se observó que su enfoque se limitaba a clasificar las respuestas como correctas o incorrectas, sin realizar un análisis profundo sobre las razones que explicaban dichos resultados. Además, no se emplearon herramientas teórico-metodológicas que permitieran una evaluación más completa y fundamentada, lo que evidencia una falta de criterios para interpretar los procesos de pensamiento involucrados en la resolución de las actividades, por lo que se les valora con un nivel inicial de L0.

En la valoración realizada sobre esta subcompetencia, se identificó que uno de los docentes analiza las prácticas de los estudiantes únicamente clasificando las respuestas como correctas o incorrectas. No existe evidencia que indique una valoración de los procedimientos, argumentos u objetos matemáticos involucrados, ni se visualizan los conflictos cognitivos que enfrentan los estudiantes. Por esta razón, se mantiene en el nivel L0. En contraste, los demás docentes que participaron en el taller realizaron un análisis más detallado de las respuestas y ofrecieron retroalimentación a los estudiantes. Este avance les permite alcanzar el nivel L1, aunque persiste la ausencia de herramientas teórico-metodológicas en su análisis, lo que limita la profundidad y sistematicidad de la valoración.

4. Conclusiones o reflexiones

Uno de los resultados más relevantes de la implementación del taller sobre Pensamiento Variacional fue el diseño colaborativo de material didáctico con los docentes participantes. Estos productos están orientados a promover el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes, en coherencia con los principios que establece la Nueva Escuela Mexicana (NEM), la cual concibe al profesor como diseñador de tareas y fomenta la enseñanza de las matemáticas a través de los cursos de pensamiento matemático. Con la implementación del taller y la valoración de los productos, con base en el CCDM, se favorece al diseño de material didáctico

por parte de los docentes, donde toman en cuenta elementos teórico-metodológicos en su desarrollo, además de realizar una reflexión sobre su práctica docente en las competencias matemática y de análisis e intervención didáctica sobre el Pensamiento Variacional en bachillerato.

Además, con el proceso de instrucción a través del taller, los docentes lograron avances significativos en la comprensión y aplicación del pensamiento variacional. En particular, se observó una transición desde enfoques mecanicistas y centrados en la formalidad del cálculo hacia propuestas que incorporan diversas representaciones y consideran aspectos dinámicos del cambio. En la fase diagnóstica, la mayoría de los docentes se ubicaron en niveles iniciales (L0), caracterizados por la ausencia de análisis profundo y la falta de herramientas teórico-metodológicas para valorar procedimientos y argumentos. Sin embargo, el rediseño de actividades, acompañado de orientaciones teóricas, permitió que varios alcanzaran el nivel L2, integrando elementos como idoneidades didácticas, configuraciones ontosemióticas y la anticipación de dificultades en la implementación.

A pesar de los avances, se identifican áreas que requieren fortalecimiento, como la vinculación entre los objetos matemáticos, el uso sistemático de herramientas teóricas-metodológicas para el análisis de las prácticas estudiantiles y la creación de una retroalimentación fundamentada. Estas limitaciones sugieren la necesidad de continuar con procesos formativos que promuevan la reflexión sobre la práctica docente y la construcción de modelos didácticos más robustos.

Referencias

- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., y Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352–378. <https://doi.org/10.2307/4149958>
- Fonseca, C. J., & Alfaro, C. C. (2018). El cálculo diferencial e integral en una variable en la formación inicial de docentes de matemática en Costa Rica. *Revista Educación*, vol. 42, núm. 2, 1-15.
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2008). Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 7-37.

Diseño e implementación de un taller sobre el Pensamiento Variacional para profesores de Educación Media Superior

Jiménez, J. R., Grijalva, A., Milner, F., Dávila, T., & Romero, C. (2022). *Reconceptualización Didáctica del Cálculo*. Hermosillo: Universidad de Sonora.

Palafox, C., & Grijalva, A. (2025). Taller sobre pensamiento variacional para el diseño de actividades para Pensamiento Matemático 3 en bachillerato. *Revista Enseñanza de las Matemáticas y Experiencias Docentes (REMED)*, 1(3), 99-111. <https://doi.org/10.24844/REMED/0103.06>.

Pino-Fan, L. R., Castro, W. F., y Font, V. (2022). A macro tool to characterize and develop key competencies for the mathematics teacher's practice. *International Journal of Science and Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10301-6>

Secretaría de Educación Pública. (2019). Rediseño del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior 2019–2022. Dirección General del Bachillerato. <https://dgb.sep.gob.mx/storage/recursos/marco-curricular-comun/XFVjVjC2r1-Documento-base-MCCEMS.pdf>

Vasco, C. E. (2002). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. Congreso Internacional: *Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas*, Bogotá, Colombia.

Vasco, C. E. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. En *Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas* (pp. 61–70). Ministerio de Educación Nacional (Colombia).